

Tinjauan Matematis Portofolio

Contoh Kasus

- Pendiri Best Candy (BC) mewasiatkan sejumlah besar saham BC kepada Humanex dgn syarat Humanex tidak boleh menjualnya
 - Saham-saham ini merupakan 50% dari dana hibah Humanex
 - Humanex bebas memilih dimana menginvestasikan sisa dananya tsb.
-
- Nilai saham BC sensitif terhadap harga gula
 - Pada saat panen gula rendah, harga gula meningkat pesat & BC menderita kerugian
 - Saham BC dapat digambarkan dgn menggunakan analisis skenarion berikut:

Skenario Saham Best Candy – BC

	Tahun Gula Normal		Tahun Abnormal
	Bursa Saham		Krisis Gula
	Naik	Turun	
Probabilitas	0,5	0,3	0,2
Tingkat imbal hasil	25%	10%	-25%

Aturan kunci berkaitan
dengan aset beresiko &
portofolio

Aturan 1:

Rata-rata a/ imbal hasil yg diharapkan dari s/ aset ad/ rata-rata tertimbang probabilitas dari imbal hasil dalam semua skenario

- $E(r) = \sum Pr(s) r(s)$

$E(r)$ = imbal hasil yg diharapkan

$Pr(s)$ = probabilitas dari skenario s

$r(s)$ = imbal hasil dari skenario s

$$\begin{aligned} E(r_{BC}) &= (0,5 \times 25) + (0,3 \times 10) + 0,2 (-25) \\ &= 10,5\% \end{aligned}$$

Aturan 2:

Varian (variance) imbal hasil s/ aset ad/ ekspektasi nilai atas deviasi kuadrat dari imbal hasil yg diharapkan

- $\sigma^2 = \sum_s \text{Pr}(s) [r(s) - E(r)]^2$

$$\begin{aligned}\sigma_{BC}^2 &= 0,5(25 - 10,5)^2 + 0,3(10 - 10,5)^2 + 0,2(-25 - 10,5)^2 \\ &= 357,25\end{aligned}$$

- Standar Deviasi = σ

- $\sigma_{BC} = \sqrt{357,25}$
 $= 18,9\%$

- Humanex memiliki 50% dana hibah dalam bentuk saham BC
- u/ mengurangi resiko portofolio secara keseluruhan, dapat dilakukan investasi pada obligasi pemerintah yg memberikan imbal hasil pasti 5%
- u/ memperoleh imbal hasil portofolio keseluruhan gunakan Aturan 3

Aturan 3:

Tingkat imbal hasil s/ portofolio ad/ rata-rata tertimbang tingkat imbal hasil dari semua aset yg masuk dalam portofolio dengan proporsi portofolio sbg bobot

- Jadi, tingkat imbal hasil yg diharapkan pd sebuah portofolio ad/ rata-rata tertimbang dari imbal hasil yg diharapkan atas semua aset yg menjadi komponen portofolio
- Proporsi masing-masing aset dalam portofolio Humanex ad/ 0,5

$$\begin{aligned} \bullet E(r_{\text{Humanex}}) &= 0,5 E(r_{\text{BC}}) + 0,5 r_{\text{Obligasi}} \\ &= 0,5 (10,5) + 0,5 (5) \\ &= 7,75\% \end{aligned}$$

Aturan 4:

Apabila suatu aset beresiko dikombinasikan dgn sebuah aset bebas resiko, standar deviasi portofolio = standar deviasi aset beresiko dikalikan dgn proporsi investasi dalam aset beresiko

- Humanex berinvestasi 50% dalam saham BC & 50% dalam surat utang pemerintah bebas resiko

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{Humanex}} &= 0,5 \sigma_{\text{BC}} \\ &= 0,5 \times 18,9\% \\ &= 9,45\% \end{aligned}$$

- Dengan mengurangi pengaruh resiko BC menjadi setengah, Humanex mengurangi standar deviasi portofolionya menjadi setengahnya
- Biaya dari pengurangan resiko ini ad/ menurunnya imbal hasil yg diharapkan
- $E(r_{BC}) = 10,5\%$
- Imbal hasil yg diharapkan dari portofolio dgn setengah dana dalam surat utang pemerintah = $7,75\%$
- Jadi, premi resiko saham BC di atas surat utang pemerintah bebas resiko $5\% = 5,5\%$ ($10,5 - 5$);
- sedangkan, u/ portofolio setengah obligasi hanya $2,75\%$
-
- Dengan mengurangi jumlah saham BC yg ada dalam portofolio menjadi hanya setengah dari semula, Humanex dapat mengurangi premi resiko portofolionya menjadi setengahnya
- dari $5,5\%$ menjadi $2,75\%$

- Dalam rangka meningkatkan kontribusi dan hibah ke dalam anggaran operasi, Humanex menyewa konsultan u/ melakukan analisis sekuritas
- Konsultan menemukan selama periode kekurangan gula, Sugarcane (SC), perusahaan besar gula Hawaii, memperoleh imbal hasil luar biasa & harga sahamnya melonjak

Skenario Saham Sugarcane – SC

	Tahun Gula Normal		Tahun Abnormal
	Bursa Saham		Krisis Gula
	Naik	Turun	
Probabilitas	0,5	0,3	0,2
Tingkat imbal hasil	1%	-5%	35%

$$E(r_{SC}) = 6\%$$

$$\& \sigma_{SC} = 14,73\%$$

- SC memberikan potensi lindung nilai lebih bagus bagi para pemegang saham BC karena imbal hasilnya paling tinggi pada saat imbal hasil BC paling rendah – selama krisis gula
- Misalkan portofolio Humanex membagi sama besar antara BC dan SC (see Aturan 3)

Humanex: BC + SC

	Tahun Gula Normal		Tahun Abnormal
	Bursa Saham		Krisis Gula
	Naik	Turun	
Probabilitas	0,5	0,3	0,2
Tingkat imbal hasil	13%	2,5%	5%

Aturan 3:
bobot x imbal hasil

Dugaan tingkat imbal hasil Humanex dari portofolio yg dilindung nilai = **8,25%** & standar deviasinya **4,83%**

Ringkasan imbal hasil & resiko dari ketiga alternatif

Portofolio	Imbal Hasil yg Diharapkan	Standar Deviasi
Semua dalam Best Candy	10,5%	18,9%
Setengah dalam Surat Utang Pemerintah	7,75%	9,45%
Setengah dalam Sugarcane	8,25%	4,83%

SC memiliki ekspektasi imbal hasil yg lebih tinggi & standar deviasi yg lebih rendah dari pada portofolio setengah surat utang pemerintah

- *“resiko aset individual dlm suatu portofolio harus diukur dlm konteks pengaruh imbal hasilnya thd variabilitas portofolio secara keseluruhan”*
- Contoh ini menunjukkan, aset dgn imbal hasil yg berhubungan terbalik dgn posisi resiko awal merupakan aset lindung nilai yg ampuh

- u/ menghitung lindung nilai a/ potensi diversifikasi sebuah aset digunakan konsep:

1. Covariance; &

2. Correlation

Covariance is an absolute measure of the extent to which two variables tend to co-vary, or move together.

Correlation coefficient is a statistical measure of the relative co-movements between security returns. +1, 0, -1

Kovarians (covariance)

- Mengukur berapa banyak imbal hasil dari 2 aset beresiko bergerak bersamaan
 - (+) = bergerak bersamaan
 - (-) = bergerak berlawanan
-
- $$\text{Cov}(r_{BC}, r_{SC}) = \sum_s \text{Pr}(s) [r_{BC}(s) - E(r_{BC})][r_{SC}(s) - E(r_{SC})]$$

dengan:

- $E(r_{BC}) = 10,5\%$
- $E(r_{SC}) = 6\%$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(r_{BC}, r_{SC}) &= 0,5 (25 - 10,5)(1 - 6) + \\ &\quad 0,3 (10 - 10,5)(-5 - 6) + \\ &\quad 0,2 (-25 - 10,5)(35 - 6) \\ &= -240,5 \end{aligned}$$

Kovarians negatif:

Memperlihatkan kualitas lindung nilai saham Sugarcane secara relatif terhadap Bestcandy

	Tahun Gula Normal		Tahun Abnormal
	Bursa Saham		Krisis Gula
	Naik	Turun	
Probabilitas	0,5	0,3	0,2

	Tingkat imbal hasil		
Bestcandy (BC)	25%	10%	-25%
Sugarcane (SC)	1%	-5%	35%

Korelasi (coefficient correlation)

ρ 'rho'

- Interpretasi statistik yg lebih mudah dibanding kovarians
- Nilai ρ antara:
 - (-1) = korelasi negatif sempurna
 - (+1) = korelasi positif sempurna

$$\rho_{(BC,SC)} = \text{Cov}(r_{BC}, r_{SC}) : \sigma_{BC}\sigma_{SC}$$

$$= -240,5 : (18,9 \times 14,73)$$

$$= -0,86$$

Korelasi negatif besar (hampir -1) memperkuat tendensi keras saham BC & SC bergerak berlawanan

- Akibat kovarians imbal hasil aset thd resiko portofolio amat jelas dengan mengamati rumus varians portofolio berikut ini

Aturan 5:

Jika dua aset beresiko dgn varians σ^2_1 & σ^2_2 dikombinasikan dalam sebuah portofolio dengan bobot masing-masing w_1 & w_2 , varians portofolio σ^2_p adalah”

$$\sigma^2_p = w_1\sigma^2_1 + w_2\sigma^2_2 + 2w_1w_2 \text{Cov}(r_1, r_2)$$

- Dalam contoh, bobot BC & SC sama, oki
- $w_1 = w_2 = 0,5$
- $\sigma_{BC} = 18,9\%$
- $\sigma_{SC} = 14,73\%$
- $\text{Cov}(r_{BC}, r_{SC}) = -240,5$

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= (0,5^2 \times 18,9^2) + (0,5^2 \times 14,73^2) + [2 \times 0,5 \times 0,5 \times (-240,5)] \\ &= 23,3\end{aligned}$$

- Jadi, $\sigma_p = \sqrt{23,3} = 4,83\%$
- Sama persis dgn SD yg diperoleh dari analisis skenario sebelum ini

- Aturan 5 u/ varians portofolio menunjukkan pengaruh kovarian thd resiko portofolio:
 - Kovarians (+) meningkatkan varians portofolio
 - Kovarians (-) menurunkan varians portofolio
- True, k/ imbal hasil dari aset yg berkorelasi negatif cenderung akan saling menghapus, yg akan menstabilkan imbal hasil portofolio.
- Korelasi negatif membuat volatilitas aset yg dilindung nilai berfungsi sbg pengurang resiko.
- Strategi lindung nilai merupakan alternatif yg lebih bagus dari pada strategi pengurang resiko sederhana dgn memasukkan sebuah aset bebas resiko ke dalam portofolio